

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZC 14

Colloquim topologie,

(1949-1951)

incompl.

J.de Groot.



1951

Prof.dr. J. de Groot,

Colloquium topologie

(1949)

Introduction
to topology
by S. Lefschetz

Syllabus bij het colloquium topologie,
door
Prof. Dr J. de Groot.

(Oot. '49)

Hierin worden slechts opgenomen de stellingen met * gemerkt,
en enkele stellingen die enige toelichting behoeven.

Hoofdstuk I:

1,1 Als A een bovenste grens heeft, dan bestaat $\sup A$.
Bewijs: $\sup A$ bestaat als A_2 niet leeg is (zie blz. 27 boek).
 A heeft bovenste grens (b), dus voor elke $a \in A$ geldt
 $a \leq b < (b+c)$, ($c > 0$), dus A_2 is niet leeg, q.e.d.

1,2 Als $\{I_n\}$ een krimpde rij segmenten is, dan is $\bigcap I_n$ niet
leeg.
Bewijs: $I_n = \{x \mid a_n \leq x \leq b_n\}$, $a_1 \leq a_2 \leq \dots$ en $b_1 \geq b_2 \geq \dots$
 $\{a_n\}$ is begreund ($a_n \leq b_1$), $\{b_n\}$ idem ($b_n \geq a_1$)
 a_n monotoon niet afnemend, b_n monotoon niet toenemend
dus $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ bestaat, $= a$; $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ bestaat, $= b$ en

$a_n = b_n$, dus $a \leq b$; $a_n \leq a \leq b \leq b_n$ en het
segment $[a, b]$ bevindt zich in alle I_n segmenten.

3,1 Een n -dim. Eucl. ruimte E^n is een open n -cel.
Bewijs: In E^n en in de n -cel voeren we een poolcoördinaten-
stelsel in:
 $E^n : (\beta_i, y)$, $0 \leq \beta_i \leq \pi$; $y \geq 0$
 n -cel: (α_i, x) , $0 \leq \alpha_i \leq \pi$; $0 \leq x \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, n$
De topologische transformatie $f: n\text{-cel} \rightarrow E^n$, kunnen
we b.v. als volgt definiëren:
 $f: \alpha_i = \beta_i$; $y = \tan^2 \frac{\pi}{2} x$.
 $f^{-1}: \beta_i, y \rightarrow \alpha_i$; $x = \frac{2}{\pi} \arctan y$ (hoofdwaarde)
 f is dus één-éénduidig.
Er moet nog worden aangetoond dat f en f^{-1} continu
zijn. Dit vereist enig rekenwerk en wordt overgelaten
aan de lezer.

4,1 Iedere spherioide is een open verzameling.
Bewijs: De spherioide zij $\mathcal{S}(x_0, \varrho)$. Bij elk punt $x \in \mathcal{S}(x_0, \varrho)$
moet een getal $\varepsilon > 0$ gevonden worden zodanig dat
 $\mathcal{S}(x, \varepsilon) \subset \mathcal{S}(x_0, \varrho)$ (1).
 $d(x, x_0) < \varrho$; dus $d(x, x_0) = r < \varrho$. Stel $r < r + \varepsilon < \varrho$.
Bij deze keuze van ε is aan (1) voldaan, want voor
elk punt $y \in \mathcal{S}(x, \varepsilon)$ geldt:
 $d(x_0, y) \leq d(x_0, x) + d(x, y) < r + \varepsilon < \varrho$, dus
 $y \in \mathcal{S}(x_0, \varrho)$. q.e.d.